

## Problème 317 – Level 8

Niveau : Terminale (Spécialité Maths)  
Chapitres : Combinatoire, Dénombrement  
Inédit, publié le 22/07/2022

*Remarque : ce problème est difficile. Le jeu parle de « défis » : le problème a ainsi la volonté de justement mettre au défi ceux qui ont (ou prétendent avoir) une bonne compréhension des techniques de dénombrement.*



Jeu basé sur la chance et la stratégie, « Level 8 » est un jeu à défis. A partir de 10 cartes, il faut réussir à passer les 8 niveaux en réalisant à chaque fois la combinaison imposée (voir sur l'**Image 1** ci-dessous les 8 défis à réaliser tout au long du jeu). La difficulté du défi imposé augmente au fur et à mesure que les niveaux sont franchis. On s'intéresse dans ce jeu aux nombres de combinaisons de cartes qui permettent de réaliser les défis existants.



Image 1

Le jeu contient 99 cartes réparties entre :

\* 90 cartes numérotées de 1 à 15, avec 6 cartes portant le même numéro mais avec une couleur différente (ou alternativement, on peut dire qu'il y a 6 couleurs de cartes, avec des cartes numérotées de 1 à 15 dans chaque couleur).

\* 6 jokers, qui remplacent n'importe laquelle des cartes numérotées.

\* 3 cartes "Passe", qui font que le joueur suivant ne peut pas jouer.

Attention : on considèrera, même si certaines cartes ont une face strictement identiques (par exemple les jokers et les cartes « Passe ») que **toutes les cartes sont différentes** (comme si elles étaient numérotées de 1 à 99).

*Remarque : dans tout le problème, on ne s'étonnera pas de trouver des nombres très (très) grands...*

1) Combien de jeux de 10 cartes sont possibles ? Exprimer un ordre de grandeur du résultat sous la forme d'une puissance de 10.

2) Combien de jeux de 10 cartes contiennent les 6 jokers ?

Dans les quatre questions suivantes, la question posée est de déterminer, dans chacun des cas, **le nombre de jeux à 10 cartes qui contiennent la combinaison imposée** par un défi particulier, choisi parmi ceux visibles sur l'**Image 1**, sachant qu'on impose certaines conditions supplémentaires.

3) Combinaison à réaliser : **Défi n°2**

Conditions supplémentaires:

- aucun joker dans le jeu.
- les deux cartes hors combinaison ne forment pas une paire et sont avec des numéros différents de ceux présents dans la combinaison.

4) Combinaison à réaliser : **Défi n°7**

Conditions supplémentaires:

- aucun joker dans le jeu.
- les deux cartes hors combinaison ne sont pas de la couleur constituée et ne portent pas le numéro du brelan (elles peuvent ou non former une paire).

5) Combinaison à réaliser : **Défi n°6**

Conditions supplémentaires :

- chacun des brelans ainsi que la paire portent des numéros différents entre eux.
- un joker exactement est utilisé pour compléter un des deux brelans ; c'est le seul joker du jeu.
- les deux cartes hors combinaison ne forment pas une paire et sont avec un numéro différent de ceux présents dans la combinaison.

6) Combinaison à réaliser : **Défi n°5** (*rappel : une suite de 7 cartes signifie une suite formée de 7 numéros consécutifs*)

Conditions supplémentaires :

- le jeu contient **au maximum** 2 jokers. S'il il y en a, il est ou ils sont nécessaire(s) pour compléter la suite de 7 numéros.
- les trois cartes hors combinaison portent des numéros différents de ceux présents dans la suite (sans restriction, elles peuvent ou non former une paire ou un brelan).